2021 年 7 月 商业创新期刊 July, 2021
第 3 卷 第 3 期 Journal of Business Innovation Vol.3 No.3

https://doi.org/10.52288/jbi.26636204.2021.07.14

搭便车行为下多品牌多渠道的供应链博弈
Multi-brand and Multi-channel Supply Chain Game under Free-riding Behavior

张有中[1*]
Yu-Chung Chang

摘要

网络渠道的发展，造成了以网络为主要销售渠道的网货品牌兴起，也使得传统品牌纷纷从零售模式开展网络渠道成为双渠道模式，整个零售市场发展成为传统品牌双渠道模式、BOPS 模式与网货品牌直销模式的多种品牌不同渠道竞争市场。本文研究竞争市场中的双渠道供应链、网络直销供应链与网络下单门市速提的 BOPS 供应链，在搭便车行为影响下的定价博弈模型，得到供应链的成员在分散式决策与集中式决策下的最优定价策略，并发现各博弈方的最优定价，是关于渠道交叉及品牌交叉价格弹性系数的增函数，且渠道竞争的影响较品牌竞争更为显著。搭便车行为确实会影响最优定价及最优利润，网络渠道可藉由搭便车行为获利，零售渠道则因搭便车行为遭受损失。

关键词：双渠道供应链、品牌竞争、搭便车行为、网络下单门市速提、定价

Abstract

The development of network channels has caused the rise of online brands with network as the main sales channel, and also made traditional brands develop network channels from retail mode to dual channel mode. The whole retail market has developed into a traditional brand dual-channel model, BOPS model and online brand direct sales model of a variety of brands different channels to compete in the market. This paper studies the pricing model of the competitive market with the dual-channel supply chain, the online direct sales supply chain and the supply chain of buy online and pick up in-store (BOPS) under the free-riding behavior, and then obtains the optimal pricing strategies of decentralized decision-making and centralized decision-making of each game player of the three supply chains. We also obtain that the optimal pricing of each game player is an increasing function of channel cross price elasticity coefficient and the brand cross price elasticity coefficients. Furthermore, the influence of channel competition is more significant than the brand competition. The optimal pricing and expected profits of each game player are influenced by free-riding behavior.

Keywords: Dual-channel Supply Chain, Brand Competition, Free-riding Behavior, Buy Online and Pick up in Store, Pricing

[1] 厦门大学嘉庚学院信息科学与技术学院副教授 2933662796@qq.com*通讯作者

本刊网址：http://www.ccidanpo.org All rights reserved.

1. 引言

《中国网络零售 B2C 市场季度监测报告 2020 年第 1 季度》数据显示，2020 年第 1 季度，中国网络零售 B2C 市场交易规模为 12,522.6 亿元人民币，同比增长 6.2%（易观国际，2020）。网络渠道的发展造成了以网络为主要销售渠道的网货品牌兴起，也使得传统品牌纷纷从零售模式开展网络渠道成为双渠道模式；而在双渠道模式的竞争中，更出现了提供消费者快捷服务的同时，增加更好消费体验的网络下单门市速提（buy online and pick up in store, BOPS）模式，通过将消费者引流到线下零售商店、线上线下同步优惠、增加消费体验、提高服务等方式触发消费者购物冲动，带来额外消费。整个零售市场发展成为传统品牌双渠道模式、BOPS 模式与网货品牌直销模式的多种品牌不同渠道竞争市场。

Chiang（2003）认为定价决策问题一直是双渠道供应链中最广泛被研究的问题；Chiu（2011）发现双渠道供应链环境下的消费者，可以在不同渠道之间进行转换，满足购买需求。针对双渠道供应链的研究，考虑服务质量（孔庆山等，2012）、搭便车行为（李景峰等，2017）或其他因素（Hua，2010）对定价的影响的研究文献很多；如何实现供应链的协调，提升供应链的整体绩效，更是学者研究的重点（马鹏与王海燕，2015）。

Carlton & Chevalier（2001）认为零售商的努力会促使搭便车行为的发生，当零售商在实体商店展示并且积极为商品打广告时，被产品吸引的消费者却可能会有一部分，在价格较低的商店进行购买；消费者的这种行为会削弱零售商销售努力的积极性，对制造商的决策造成影响。Wu 等（2004）则对搭便车行为持肯定态度，认为搭便车行为有利于消费者使用信息服务作出明智的购买决定，获得更高的消费者效用；Shin（2007）认为消费者搭便车行为，对传统零售商和消费者都是有利的，搭便车行为可以降低网络直销渠道和传统渠道之间的价格差异，从而降低整个市场价格竞争的强度；Cai（2010）对网络直销渠道与传统品牌双渠道下，供货商与零售商的收益进行比较，并以收益分享的契约实现供应链的协调，提升双渠道供应链的绩效。这些研究大多建立在两个竞争者的假设前提下，未考虑市场上存在第三个以上的竞争者。

移动互联网的普及和移动应用的创新发展，促使国际知名快时尚品牌 Zara、优衣库等企业近年来纷纷开始进行变革，线上下单门市速提 BOPS 实现管道整合的全管道购物模式应运而生；Brynjolfsson（2013）认为这种渠道整合模式可以充分发挥传统企业的线下优势；Gallino（2014）通过实证分析 BOPS 模式对供应链及成员的影响，并讨论交叉销售和管道转移效应，证实 BOPS 模式对供应链的协调绩效良好。

本研究尝试扩大思考多品牌竞争下，拥有不同渠道的供应链应如何进行定价与协调，考虑三种品牌供应链分别采用零售与网络双渠道、BOPS 双渠道及网络直销渠道方式，各博弈方的定价策略。

2. 模型建立

2.1 问题描述

本文考虑如图 1 所示的供应链结构，由三个品牌制造商和两个零售商组成。

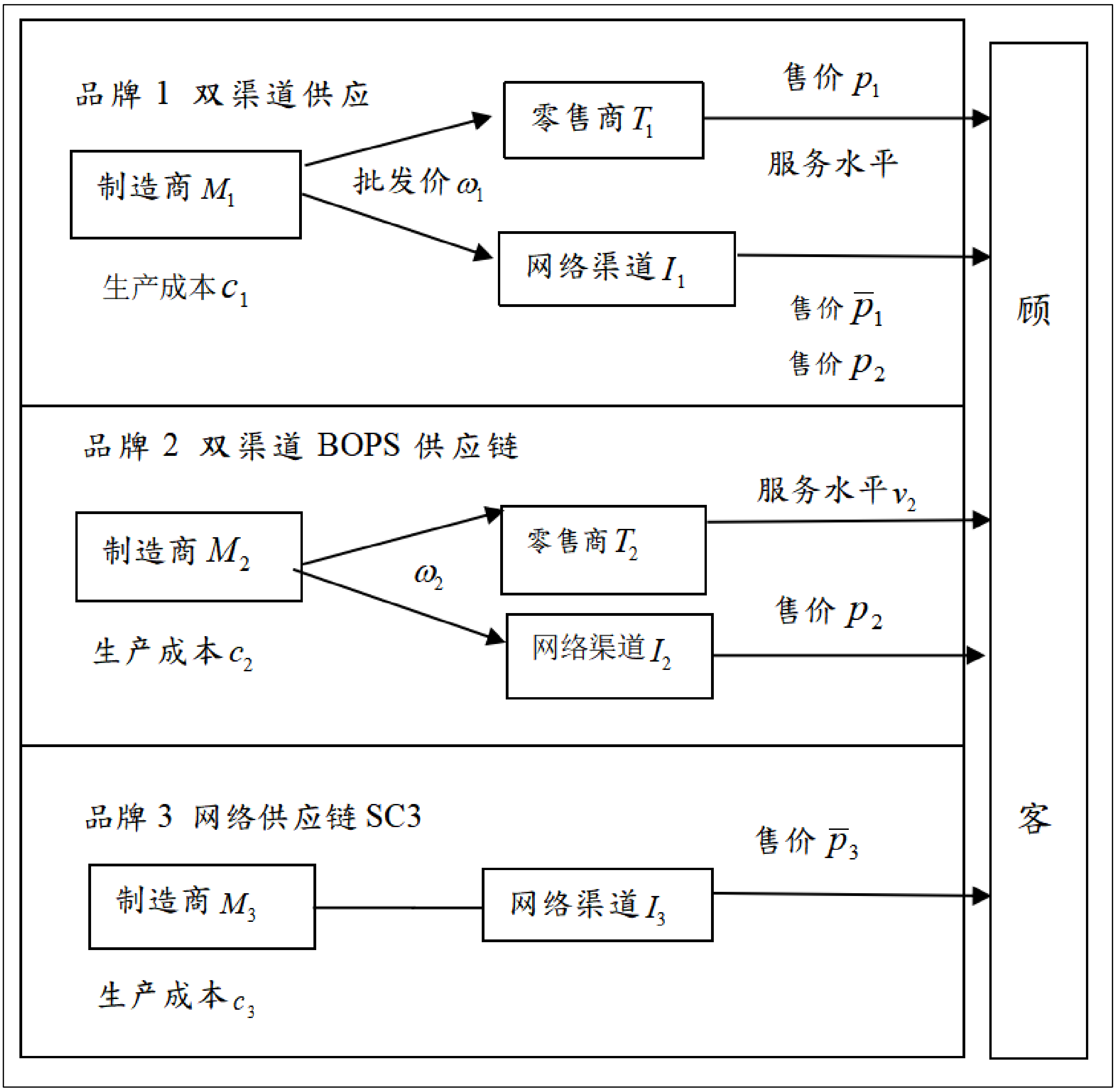


图 1. 多品牌竞争下不同渠道供应链

品牌 1 制造商M_1拥有双渠道供应链 SC1，以零售渠道透过零售商T_1贩卖产品，并以网络直销渠道贩卖产品；品牌 2 制造商M_2同样拥有双渠道供应链 SC2，采取线上线下同步优惠、网络下单门市速提（BOPS）的策略；品牌 3 制造商M_3拥有供应链 SC3 只透过网络渠道贩卖产品。三个制造商的产品可以互相取代，生产成本为c_i，$i = 1,2,3$。SC1 零售商T_1进货的批发价为ω_1，贩卖价格为p_1，网络渠道贩卖价格为$\bar{p}_1$；SC2 线上线下价格同步为p_2，SC3 网络渠道贩卖价格为$\bar{p}_3$。

2.2 基本假设

为了使模型更加严谨，本文作如下假设：

假设 1：所有制造商与零售商都是理性经理人，保持风险中立，为了保证各企业的基本营利状态，假设$0 < c_i < \omega_i < p_i$（$i = 1,2$），$0 < c_1 < \bar{p}_1$，$0 < c_3 < \bar{p}_3$；

假设 2：假设α为 SC1 双渠道供应链中的渠道交叉弹性系数，代表双渠道供应链中某种渠道的产品需求量，对另一渠道产品价格变动的反应灵敏程度，因此$0 < \alpha < 1$；另外 SC2 双渠道供应链中价格同步为p_2，因此不存在渠道交叉弹性系数；

假设 3：假设β_{ij}为品牌 i 与品牌 j 网络渠道的品牌交叉价格弹性系数，所谓品牌交叉价格弹性系数是同一种渠道中，某种品牌的产品需求量对另一种品牌同构型产品价格变动的反应灵敏程度，因此$0 < \beta_{ij} < 1$且$\beta_{ij} = \beta_{ji}$；

假设 4：因为零售渠道提供更多种类的服务，例如现场讲解、产品体验等，因此假设只有零售渠道提供服务，网络渠道不提供服务，零售商 T_i 对产品提供的服务水平 v_i需付出的成本为$c\,(v_i) = \frac{1}{2}\eta_i v_i^2$，其中$\eta_i > 0$为零售商 T_i 对产品的单位服务成本；

假设 5：SC2 供应链实行 BOPS，制造商和零售商进行定价与服务合作，制造商先将线上消费者引流至线下，并向零售商支付 BOPS 消费者相应的单位服务补偿$\Gamma > 0$。若制造商生产 2 单位产品，若一单位批发给零售商可获利$\omega_2 - c_2$，一单位由制造商透过网络渠道贩卖可获利$p_2 - c_2$，共獲利$p_2 + \omega_2 - 2c_2$，扣除单位服务补偿 Γ 后应为正数，即$p_2 + \omega_2 - 2c_2 - \Gamma > 0$。而零售商除原本的销售之外，对 BOPS 消费者提供服务 v_2，促使在线消费者在零售商店产生额外消费 ρv_2，额外消费系数 ρ 满足$0 < \rho < 1$；

假设 6：SC1 网络渠道对制造商 i 零售渠道产品的搭便车行为系数为 $\lambda_i > 0$，SC2 网络渠道的搭便车行为系数为 $\mu_i > 0$，SC3 网络渠道的搭便车行为系数为 $\kappa_i > 0$ （$i = 1,2$）。假设$1 - \lambda_i - \mu_i - \kappa_i > \lambda_i$、$\mu_i$、$\kappa_i$ （i=1,2），表示 SC1，SC2 零售渠道提供服务所创造的需求总增量大于搭便车行为带来的需求总增量。

2.3 需求函数

本文参考 Banker（1998）、Huang（2007）等文献中基于价格、服务敏感、搭便车行为系数的线性需求函数，及品牌忠诚度和消费者价格敏感度关系的相关文献，建立 2 个零售商及 3 个制造商的需求函数：

$$Q_1 = a_1 - b_1 p_1 + \alpha\,\bar{p}_1 + \alpha\,\beta_{12}\,p_2 + \alpha\,\beta_{13}\bar{p}_3 + (1 - \lambda_1 - \mu_1 - \kappa_1)v_1 \quad (1)$$

$$\bar{Q}_1 = \bar{a}_1 - \bar{b}_1\bar{p}_1 + \alpha\,p_1 + \beta_{12}p_2 + \beta_{13}\bar{p}_3 + \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 \quad (2)$$

$$Q_2 = \theta\,a_2 - b_2 p_2 + \alpha\,\beta_{12}p_1 + \beta_{12}\bar{p}_1 + \beta_{23}\bar{p}_3 + (1 - \lambda_2 - \mu_2 - \kappa_2)v_2 \quad (3)$$

$$\bar{Q}_2 = (1 - \theta)\,a_2 - b_2 p_2 + \alpha\,\beta_{12}p_1 + \beta_{12}\bar{p}_1 + \beta_{23}\bar{p}_3 + \mu_1 v_1 + \mu_2 v_2 \quad (4)$$

$$\bar{Q}_3 = \bar{a}_3 - \bar{b}_3\bar{p}_3 + \alpha\,\beta_{13}p_1 + \beta_{13}\bar{p}_1 + \beta_{23}p_2 + \kappa_1 v_1 + \kappa_2 v_2 \quad (5)$$

其中Q_1，Q_2为供应链SC1，SC2零售渠道的产品需求函数；$\bar{Q}_1$，$\bar{Q}_2$，$\bar{Q}_3$为供应链SC1，SC2，SC3网络渠道的产品需求函数。假设a_1、$\bar{a}_1$、$(1-\theta)a_2$、$\theta\, a_2$、$\bar{a}_3$为正数并且是稳定的，分别代表与Q_1、$\bar{Q}_1$、Q_2、$\bar{Q}_2$、$\bar{Q}_3$相对应的潜在市场规模，θ（$0<\theta<1$）为供应链SC2中零售渠道的份额（即顾客对零售渠道的接受度），$1-\theta$为网络渠道的份额。品牌1消费者对零售渠道与网络渠道产品的自价格敏感度为b_1、$\bar{b}_1$，品牌2因实施BOPS，网络渠道与零售渠道的价格一致，因此品牌2消费者对产品的自价格敏感度皆为 b_2，品牌3只有网络渠道，因此品牌3消费者的自价格敏感度为 $\bar{b}_3$，假设消费者对品牌 i 零售与网络渠道产品的自价格敏感度$b_i>1$、$\bar{b}_i>1$，并且假设$b_i,\bar{b}_i>\alpha,\beta_{12},\beta_{13},\beta_{23}$，表示产品本身的价格对需求量的影响大于品牌间及渠道间交叉价格的影响。

2.4 利润函数

根据问题描述、基本假设和需求函数，零售商 T_1、制造商 M_1、零售商 T_2、制造商M_2、制造商 M_3的总利润函数如下：

$$\pi_{T_1}=(p_1-\omega_1)\,Q_1-\frac{1}{2}\eta_1 v_1^2 \tag{6}$$

$$\pi_1=(\omega_1-c_1)\,Q_1+(\bar{p}_1-c_1)\,\bar{Q}_1 \tag{7}$$

$$\pi_{T_2}=(p_2-\omega_2)\,Q_2+\Gamma\bar{Q}_2+\rho v_2\bar{Q}_2-\frac{1}{2}\eta_2 v_2^2 \tag{8}$$

$$\pi_2=(\omega_2-c_2)\,Q_2+(p_2-c_2-\Gamma)\,\bar{Q}_2 \tag{9}$$

$$\pi_3=(\bar{p}_3-c_3)\bar{Q}_3 \tag{10}$$

其中$\rho v_2\bar{Q}_2$是 SC2 在线消费者因零售渠道对 BOPS 消费者提供服务v_2，促使在线消费者在零售渠道产生的平均额外消费，因此只与$\bar{Q}_2$有关，ρ是平均额外消费系数。三个供应链的整体利润分别为：

$$\pi_{SC1}=\pi_1+\pi_{T_1}=(p_1-c_1)Q_1+(\bar{p}_1-c_1)\bar{Q}_1-\frac{1}{2}\eta_1 v_1^2 \tag{11}$$

$$\pi_{SC2}=\pi_2+\pi_{T_2}=(p_2-c_2)\,Q_2+(p_2-c_2)\,\bar{Q}_2+\rho v_2\bar{Q}_2-\frac{1}{2}\eta_2 v_2^2 \tag{12}$$

$$\pi_{SC3}=\pi_3=(\bar{p}_3-c_3)\bar{Q}_3 \tag{13}$$

3. 搭便车行为下三个品牌不同渠道供应链定价决策

3.1 分散式决策

假设三个品牌制造商和两个零售商的五个博弈方具有同等的价格决策地位，以自身利润最大化为目标进行Nash博弈，最优价格分别以 p_1^*、$\bar{p}_1^*$、p_2^*、$\bar{p}_3^*$表示。由矩

阵分析的方法，有以下辅助定理（Horn，2012）：

辅理1. $A=\left(a_{ij}\right)_{n\times n}$为严格对角优势矩阵，即$|a_{ii}|>\sum_{j=1,j\neq i}^{n}a_{ij}$, 则 A 是可逆的。

辅理2. 给定线性方程组 $AX=b$，其中矩阵 $A=\left(a_{ij}\right)_{n\times n}$的主对角线元素为正，即$a_{ii}>0, i=1,2,\cdots,n$, 非主对角线元素非正，即$a_{ij}\leq 0$, $i\neq j$, $j=1,2,\cdots,n$, 且$A=\left(a_{ij}\right)_{n\times n}$为严格对角优势矩阵。如果$b\geq 0$，则方程组有非负解，即$X\geq 0$。

【定理1】分散式决策下，若品牌1消费者的自价格敏感度b_1、$\bar{b}_1$，品牌2消费者的自价格敏感度b_2，品牌3消费者的自价格敏感度b_3，与渠道交叉弹性系数 α 及品牌交叉价格弹性系数β_{12}、β_{13}、β_{23}之间的关系满足：

$$b_1>\frac{\alpha}{2}(1+\beta_{12}+\beta_{13}),\qquad \bar{b}_1>\frac{1}{2}(\alpha+\beta_{12}+\beta_{13}),$$

$$b_2>\frac{1}{2}[(1+\alpha)\beta_{12}+\beta_{23}],\qquad \bar{b}_3>\frac{1}{2}[(1+\alpha)\beta_{13}+\beta_{23}],$$

且搭便车行为及SC2在线消费者因零售商提供服务 v_2，而产生的额外消费 ρv_2 满足

$$\mu_1v_1+(1-\lambda_2-\kappa_2)v_2+a_2+2b_2c_2\geq b_2\rho v_2$$

则制造商 M_1、零售商 T_1、制造商 M_2、零售商 T_2、制造商 M_3存在最优定价 p_1^*、$\bar{p}_1^*$、p_2^*、$\bar{p}_3^*$。在最优定价下，SC2供应链制造商向零售商支付BOPS的单位服务补偿为：

$$\Gamma^*=\omega_2-c_2+\frac{-\mu_1v_1+(1-\lambda_2-2\mu_2-\kappa_2-b_2\rho)v_2-(1-2\theta)\,a_2}{2b_2}\qquad (14)$$

且最优定价如下：

$$\begin{aligned}p_1^*=\frac{1}{|A|}\Big\{&N_1\big[\,8\bar{b}_1b_2\bar{b}_3-2\beta_{23}^2\bar{b}_1-2\beta_{13}^2b_2-2\beta_{12}^2\bar{b}_3-2\beta_{12}\beta_{13}\beta_{23}\,\big]\\&+N_2\big[\,\alpha\,(\,4b_2\bar{b}_3+2\beta_{13}^2b_2+2\beta_{12}^2\bar{b}_3+2\beta_{12}\beta_{13}\beta_{23}-\beta_{23}^2\,)\,\big]\\&+N_3\big[\,\alpha\,(\,4\beta_{12}\bar{b}_1\bar{b}_3+2\beta_{13}\beta_{23}\bar{b}_1+2\beta_{12}\bar{b}_3+\beta_{13}\beta_{23}\,)\,\big]\\&+N_4\big[\,\alpha\,(\,4\beta_{13}\bar{b}_1b_2+2\beta_{12}\beta_{23}\bar{b}_1+2\beta_{13}b_2+\beta_{12}\beta_{23}\,)\,\big]\Big\}\end{aligned}\qquad (15)$$

$$\begin{aligned}\bar{p}_1^*=\frac{1}{|A|}\Big\{&N_1\big[\,\alpha\,(\,4b_2\bar{b}_3+2\beta_{13}^2b_2+2\beta_{12}^2\bar{b}_3+2\beta_{12}\beta_{13}\beta_{23}-\beta_{23}^2\,)\,\big]\\&+N_2\big[\,8b_1b_2\bar{b}_3-2\beta_{23}^2b_1-2\alpha^2\beta_{13}^2b_2-2\alpha^2\beta_{12}^2\bar{b}_3-2\alpha^2\beta_{12}\beta_{13}\beta_{23}\,\big]\\&+N_3\big[\,4\beta_{12}b_1\bar{b}_3+2\beta_{13}\beta_{23}b_1+2\alpha^2\beta_{12}\bar{b}_3+\alpha^2\beta_{13}\beta_{23}\,\big]\end{aligned}\qquad (16)$$

$$+N_4[\,4\beta_{13}b_1b_2+2\beta_{12}\beta_{23}b_1+2\alpha^2\beta_{13}b_2+\alpha^2\beta_{12}\beta_{23}\,]\}$$

$$\begin{aligned}p_2^*=\tfrac{1}{|A|}\{\,&N_1[\,\alpha\,(\,4\beta_{12}\bar{b}_1\bar{b}_3+2\beta_{13}\beta_{23}\bar{b}_1+2\beta_{12}\bar{b}_3+\beta_{13}\beta_{23}\,)\,]\\ &+N_2[\,4\beta_{12}b_1\bar{b}_3+2\beta_{13}\beta_{23}b_1+2\alpha^2\beta_{12}\bar{b}_3+\alpha^2\beta_{13}\beta_{23}\,]\\ &+N_3[\,8b_1\bar{b}_1\bar{b}_3-2\beta_{13}^2b_1-2\alpha^2\beta_{13}^2\bar{b}_1-2\alpha^2\bar{b}_3-2\alpha^2\beta_{13}^2\,]\\ &+N_4[\,4\beta_{23}b_1\bar{b}_1+2\beta_{12}\beta_{13}b_1+2\alpha^2\beta_{12}\beta_{13}\bar{b}_1+2\alpha^2\beta_{12}\beta_{13}-\alpha^2\beta_{23}\,]\}\end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned}\bar{p}_3^*=\tfrac{1}{|A|}\{\,&N_1[\,\alpha\,(\,4\beta_{13}\bar{b}_1b_2+2\beta_{12}\beta_{13}\bar{b}_1+2\beta_{13}b_2+\beta_{12}\beta_{23}\,)\,]\\ &+N_2[\,4\beta_{13}b_1b_2+2\beta_{12}\beta_{23}b_1+2\alpha^2\beta_{13}b_2+\alpha^2\beta_{12}\beta_{23}\,]\\ &+N_3[\,4\beta_{23}b_1\bar{b}_1+2\beta_{12}\beta_{13}b_1+2\alpha^2\beta_{12}\beta_{13}\bar{b}_1+2\alpha^2\beta_{12}\beta_{13}-\alpha^2\beta_{23}\,]\\ &+N_4[\,8b_1\bar{b}_1b_2-2\beta_{12}^2b_1-2\alpha^2\beta_{12}^2\bar{b}_1-2\alpha^2b_2-2\alpha^2\beta_{12}^2\,]\}\end{aligned} \tag{18}$$

$$\text{其中}N=\begin{bmatrix}N_1\\N_2\\N_3\\N_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}(1-\lambda_1-\mu_1-\kappa_1)v_1+a_1+b_1\omega_1\\ \lambda_1v_1+\lambda_2v_2+\bar{a}_1+\alpha\,(\omega_1-c_1)+\bar{b}_1c_1\\ \frac{1}{2}\mu_1v_1+\frac{1}{2}(1-\lambda_2-\kappa_2-b_2\rho)v_2+\frac{1}{2}a_2+b_2c_2\\ \kappa_1v_1+\kappa_2v_2+\bar{a}_3+\bar{b}_3c_3\end{bmatrix} \tag{19}$$

$$A=\begin{bmatrix}2b_1 & -\alpha & -\alpha\,\beta_{12} & -\alpha\,\beta_{13}\\ -\alpha & 2\bar{b}_1 & -\beta_{12} & -\beta_{13}\\ -\alpha\beta_{12} & -\beta_{12} & 2b_2 & -\beta_{23}\\ -\alpha\,\beta_{13} & -\beta_{13} & -\beta_{23} & 2\bar{b}_3\end{bmatrix} \tag{20}$$

$|A|$为矩阵 A 之行列式值。

证明：分别求各博弈方的利润函数（6）～（10）对各自决策变数p_1、$\bar{p}_1$、p_2、$\bar{p}_3$的二阶导数可得：

$$\frac{\partial^2\pi_{T_1}}{\partial p_1^2}=-2b_1<0,\qquad \frac{\partial^2\pi_1}{\partial \bar{p}_1^2}=-2\bar{b}_1<0,\qquad \frac{\partial^2\pi_{T_2}}{\partial p_2^2}=-2b_2<0,$$

$$\frac{\partial^2\pi_2}{\partial p_2^2}=-2b_2<0,\qquad \frac{\partial^2\pi_3}{\partial \bar{p}_3^2}=-2\bar{b}_3<0,$$

各博弈方的二阶导数均小于零，即各方利润函数都是关于各自价格的凹函数，因此存在Nash均衡价格。

再令各方利润函数的一阶导数为零，可得到最优化条件：

$$2b_1p_1^*-\alpha\,\bar{p}_1^*-\alpha\,\beta_{12}p_2^*-\alpha\,\beta_{13}\bar{p}_3^*=(1-\lambda_1-\mu_1-\kappa_1)v_1+a_1+b_1\omega_1 \tag{21}$$

$$-\alpha\, p_1^* + 2\bar{b}_1\bar{p}_1^* - \beta_{12}p_2^* - \beta_{13}\bar{p}_3^* = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \bar{a}_1 + \alpha\,(\omega_1 - c_1) + \bar{b}_1 c_1 \quad \textbf{(22)}$$

$$-\alpha\,\beta_{12}p_1^* - \beta_{12}\bar{p}_1^* + 2b_2p_2^* - \beta_{23}\bar{p}_3^* = (1-\lambda_2-\mu_2-\kappa_2-b_2\rho)v_2 + \theta\, a_2 + b_2(\omega_2 - \Gamma^*) \quad \textbf{(23)}$$

$$-\alpha\,\beta_{12}p_1^* - \beta_{12}\bar{p}_1^* + 2b_2p_2^* - \beta_{23}\bar{p}_3^* = \mu_1 v_1 + \mu_2 v_2 + (1-\theta)a_2 + b_2(2c_2 - \omega_2 + \Gamma^*) \quad \textbf{(24)}$$

$$-\alpha\,\beta_{13}p_1^* - \beta_{13}\bar{p}_1^* - \beta_{23}p_2^* + 2\bar{b}_3\bar{p}_3^* = \kappa_1 v_1 + \kappa_2 v_2 + \bar{a}_3 + \bar{b}_3 c_3 \quad \textbf{(25)}$$

由（23）、（24）相加减，可以分别得到

$$\mu_1 v_1 - (1-\lambda_2-2\mu_2-\kappa_2-b_2\rho)v_2 + (1-2\theta)\,a_2 + 2b_2(\Gamma^* + c_2 - \omega_2) = 0 \quad \textbf{(26)}$$

$$-2\alpha\,\beta_{12}p_1^* - 2\beta_{12}\bar{p}_1^* + 4b_2p_2^* - 2\beta_{23}\bar{p}_3^* = \mu_1 v_1 + (1-\lambda_2-\kappa_2-b_2\rho)v_2 + a_2 + 2b_2c_2 \quad \textbf{(27)}$$

由（26）式可得到，在最优定价下，SC2供应链制造商向零售商支付BOPS的单位服务补偿

$$\Gamma^* = \omega_2 - c_2 + \frac{-\mu_1 v_1 + (1-\lambda_2-2\mu_2-\kappa_2-b_2\rho)v_2 - (1-2\theta)\,a_2}{2b_2}$$

将（27）式代入，最优化条件可以简化为$AX = M$，其中

$$A = \begin{bmatrix} 2b_1 & -\alpha & -\alpha\,\beta_{12} & -\alpha\,\beta_{13} \\ -\alpha & 2\bar{b}_1 & -\beta_{12} & -\beta_{13} \\ -\alpha\beta_{12} & -\beta_{12} & 2b_2 & -\beta_{23} \\ -\alpha\,\beta_{13} & -\beta_{13} & -\beta_{23} & 2\bar{b}_3 \end{bmatrix},\quad X = \begin{bmatrix} p_1^* \\ \bar{p}_1^* \\ p_2^* \\ \bar{p}_3^* \end{bmatrix}$$

$$N = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1-\lambda_1-\mu_1-\kappa_1)v_1 + a_1 + b_1\omega_1 \\ \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \bar{a}_1 + \alpha\,(\omega_1 - c_1) + \bar{b}_1 c_1 \\ \frac{1}{2}\mu_1 v_1 + \frac{1}{2}(1-\lambda_2-\kappa_2-b_2\rho)v_2 + \frac{1}{2}a_2 + b_2c_2 \\ \kappa_1 v_1 + \kappa_2 v_2 + \bar{a}_3 + \bar{b}_3 c_3 \end{bmatrix}$$

因为矩阵A主对角线元素为正，而非主对角线元素非正，又因为

$$\mathrm{b}_1 > \frac{\alpha}{2}(1+\beta_{12}+\beta_{13}), \qquad \bar{\mathrm{b}}_1 > \frac{1}{2}(\alpha+\beta_{12}+\beta_{13}),$$

$$b_2 > \frac{1}{2}\left[(1+\alpha)\beta_{12}+\beta_{23}\right], \qquad \bar{b}_3 > \frac{1}{2}\left[(1+\alpha)\beta_{13}+\beta_{23}\right],$$

因此矩阵A为严格对角优势矩阵。因为$N_1 \geq 0$、$N_2 \geq 0$、$N_4 \geq 0$，且由假设

$$\mu_1 v_1 + (1-\lambda_2-\kappa_2)v_2 + a_2 + 2b_2c_2 \geq b_2\rho v_2$$

可知$N_3 \geq 0$，矩阵 N 元素非负。由辅理1可知$|A| \neq 0$，由辅理2可知方程组$AX = N$有非负解。应用克莱姆法则（Cramer's Rule），可得最优化条件解 p_1^*、$\bar{p}_1^*$、p_2^*、$\bar{p}_3^*$如定理1所示。

注：定理1表明在分散式决策下，各品牌消费者对供应链渠道产品的自价格敏感度b_i、$\bar{b}_i$足够大时（数值与渠道交叉弹性系数 α、品牌交叉价格弹性系数 β_{12}、β_{13}、β_{23}有关），或渠道交叉弹性系数与品牌交叉价格弹性系数较小时，若供应链SC2实行BOPS后，零售渠道因提供服务，带来的需求增量足够大，或SC2网络渠道搭便车行为带来的需求增量足够大时，各博弈方存在最优定价。此时SC2制造商向零售商支付的服务补偿满足下式：

$$\Gamma^* \geq \omega_2 - 2c_2 - \frac{\mu_1 v_1 + \mu_2 v_2 + 2(1-\theta)\, a_2}{b_2} \qquad \textbf{(28)}$$

管理上的意义为：当消费者对产品的价格敏感度高时，零售商很难与网络渠道竞争，除非零售商愿意提供较高的服务水平，吸引消费者才能与具有网络渠道的品牌竞争。因此传统的门市很难与网络电商竞争，除非门市提供较高的服务水平，吸引消费者，或是门市商店也开设网络渠道成为双渠道供应链的一环。

【命题1】定理1条件成立下，各博弈方的最优定价 p_1^*、$\bar{p}_1^*$、p_2^*、$\bar{p}_3^*$是关于渠道交叉弹性 α、品牌交叉弹性 β_{12}、β_{13}及β_{23}的增函数。意即，若是各博弈方的最优定价 p_1^*、$\bar{p}_1^*$、p_2^*、$\bar{p}_3^*$，则：

$$\frac{\partial f}{\partial \alpha} \geq 0、\frac{\partial f}{\partial \beta_{12}} \geq 0、\frac{\partial f}{\partial \beta_{13}} \geq 0、\frac{\partial f}{\partial \beta_{23}} \geq 0$$

证明：参见附录一。

【命题2】定理1条件成立下，各博弈方的期望利润 $\pi_{T_1}^*$、π_1^*、$\pi_{T_2}^*$、π_2^*、π_3^*是关于 α、β_{12}、β_{13}及β_{23}的增函数；意即，若 f 是各博弈方的最优利润 $\pi_{T_1}^*$、π_1^*、$\pi_{T_2}^*$、π_2^*、π_3^*，则：

$$\frac{\partial f}{\partial \alpha} \geq 0、\frac{\partial f}{\partial \beta_{12}} \geq 0、\frac{\partial f}{\partial \beta_{13}} \geq 0、\frac{\partial f}{\partial \beta_{23}} \geq 0$$

证明：参见附录二。

【命题3】供应链SC1零售商的期望利润 $\pi_{T_1}^*$ 是搭便车行为系数 λ_1、μ_1、κ_1 的减函数；制造商的期望利润 π_1^* 是搭便车行为系数 λ_1、λ_2 的增函数，是 μ_1、κ_1 的减函数。供应链SC2零售商的期望利润 $\pi_{T_2}^*$ 是搭便车行为系数 μ_1 的增函数，是 λ_2、κ_2 的减函数。SC2制造商的期望利润 π_2^* 在特定条件下是搭便车行为系数 μ_1、μ_2 的增函数，是搭便车行为系数 λ_2、κ_2 的减函数。SC3制造商的期望利润 π_3^* 是搭便车行为系数 κ_1、κ_2 的增函数。即：

（**P-1**）$\frac{\partial \pi_{T_1}^*}{\partial \lambda_1} < 0$、$\frac{\partial \pi_{T_1}^*}{\partial \mu_1} < 0$、$\frac{\partial \pi_{T_1}^*}{\partial \kappa_1} < 0$；

（**P-2**）$\frac{\partial \pi_1^*}{\partial \lambda_1} > 0$、$\frac{\partial \pi_1^*}{\partial \lambda_2} > 0$、$\frac{\partial \pi_1^*}{\partial \mu_1} < 0$、$\frac{\partial \pi_1^*}{\partial \kappa_1} < 0$；

（**P-3**）$\frac{\partial \pi_{T_2}^*}{\partial \lambda_2} < 0$、$\frac{\partial \pi_{T_2}^*}{\partial \kappa_2} < 0$；若 $\Gamma^* + \rho v_2 - \frac{\bar{Q}_2^*}{2b_2} > 0$，则$\frac{\partial \pi_{T_2}^*}{\partial \mu_1} > 0$；

（**P-4**）若$\omega_2 - c_2 - \frac{\bar{Q}_2^*}{2b_2} > 0$，则$\frac{\partial \pi_2^*}{\partial \lambda_2} < 0$、$\frac{\partial \pi_2^*}{\partial \kappa_2} < 0$；

若$p_2^* - c_2 - \Gamma^* + \frac{\bar{Q}_2^*}{2b_2} > 0$，则$\frac{\partial \pi_2^*}{\partial \mu_1} > 0$、$\frac{\partial \pi_2^*}{\partial \mu_2} > 0$；

（**P-5**）$\frac{\partial \pi_3^*}{\partial \kappa_1} > 0$、$\frac{\partial \pi_3^*}{\partial \kappa_2} > 0$。

证明：参见附录三。

3.2 集中式决策

集中式决策下，品牌1双渠道供应链SC1的制造商与零售商、品牌2采取BOPS策略的供应链SC2制造商与零售商，分别视为一个整体与品牌3的网络直销供应链进行竞争，假设三者地位相当，以各自控制的供应链进行Nash博弈。

【定理2】集中式决策下，若品牌1消费者的自价格敏感度 b_1、$\bar{b}_1$，品牌2消费者的自价格敏感度 b_2，品牌3消费者的自价格敏感度 b_3，与渠道交叉弹性系数 α 及品牌交叉价格弹性系数 β_{12}、β_{13}、β_{23} 之间的关系满足：

$$\mathrm{b}_1 > \frac{\alpha}{2}\left(2 + \beta_{12} + \beta_{13}\right), \qquad \bar{\mathrm{b}}_1 > \frac{1}{2}\left(2\alpha + \beta_{12} + \beta_{13}\right),$$

$$\mathrm{b}_2 > \frac{1}{2}\left[(1+\alpha)\beta_{12} + \beta_{23}\right], \qquad \bar{\mathrm{b}}_3 > \frac{1}{2}\left[(1+\alpha)\beta_{13} + \beta_{23}\right],$$

且搭便车行为及SC2消费者因零售商提供服务 v_2，使线上消费者在零售门市产生的额外消费 ρv_2 满足：

$$\mu_1 v_1 + (1 - \lambda_2 - \kappa_2) v_2 + a_2 + 2b_2 c_2 \geq b_2 \rho v_2$$

则三个品牌供应链各渠道最优定价p_1^{c*}、$\bar{p}_1^{c*}$、p_2^{c*}、$\bar{p}_3^{c*}$如下：

$$\begin{aligned} p_1^{c*}=\frac{1}{|A'|}\{&N_1'[8\bar{b}_1b_2\bar{b}_3-2\beta_{23}^2\bar{b}_1-2\beta_{13}^2b_2-2\beta_{12}^2\bar{b}_3-2\beta_{12}\beta_{13}\beta_{23}]\\ &+N_2'[\alpha(8b_2\bar{b}_3+2\beta_{13}^2b_2+2\beta_{12}^2\bar{b}_3+2\beta_{12}\beta_{13}\beta_{23}-2\beta_{23}^2)]\\ &+N_3'[\alpha(4\beta_{12}\bar{b}_1\bar{b}_3+2\beta_{13}\beta_{23}\bar{b}_1+4\beta_{12}\bar{b}_3+2\beta_{13}\beta_{23})]\\ &+N_4'[\alpha(4\beta_{13}\bar{b}_1b_2+2\beta_{12}\beta_{23}\bar{b}_1+4\beta_{13}b_2+2\beta_{12}\beta_{23})]\} \end{aligned} \tag{29}$$

$$\begin{aligned} \bar{p}_1^{c*}=\frac{1}{|A'|}\{&N_1'[\alpha(8b_2\bar{b}_3+2\beta_{13}^2b_2+2\beta_{12}^2\bar{b}_3+2\beta_{12}\beta_{13}\beta_{23}-2\beta_{23}^2)]\\ &+N_2'[8b_1b_2\bar{b}_3-2\beta_{23}^2b_1-2\alpha^2\beta_{13}^2b_2-2\alpha^2\beta_{12}^2\bar{b}_3-2\alpha^2\beta_{12}\beta_{13}\beta_{23}]\\ &+N_3'[4\beta_{12}b_1\bar{b}_3+2\beta_{13}\beta_{23}b_1+4\alpha^2\beta_{12}\bar{b}_3+2\alpha^2\beta_{13}\beta_{23}]\\ &+N_4'[4\beta_{13}b_1b_2+2\beta_{12}\beta_{23}b_1+4\alpha^2\beta_{13}b_2+2\alpha^2\beta_{12}\beta_{23}]\} \end{aligned} \tag{30}$$

$$\begin{aligned} p_2^{c*}=\frac{1}{|A'|}\{&N_1'[\alpha(4\beta_{12}\bar{b}_1\bar{b}_3+2\beta_{13}\beta_{23}\bar{b}_1+4\beta_{12}\bar{b}_3+2\beta_{13}\beta_{23})]\\ &+N_2'[4\beta_{12}b_1\bar{b}_3+2\beta_{13}\beta_{23}b_1+4\alpha^2\beta_{12}\bar{b}_3+2\alpha^2\beta_{13}\beta_{23}]\\ &+N_3'[8b_1\bar{b}_1\bar{b}_3-2\beta_{13}^2b_1-2\alpha^2\beta_{13}^2\bar{b}_1-8\alpha^2\bar{b}_3-4\alpha^2\beta_{13}^2]\\ &+N_4'[4\beta_{23}b_1\bar{b}_1+2\beta_{12}\beta_{13}b_1+2\alpha^2\beta_{12}\beta_{13}\bar{b}_1+4\alpha^2\beta_{12}\beta_{13}-4\alpha^2\beta_{23}]\} \end{aligned} \tag{31}$$

$$\begin{aligned} \bar{p}_3^{c*}=\frac{1}{|A'|}\{&N_1'[\alpha(4\beta_{13}\bar{b}_1b_2+2\beta_{12}\beta_{13}\bar{b}_1+4\beta_{13}b_2+2\beta_{12}\beta_{23})]\\ &+N_2'[4\beta_{13}b_1b_2+2\beta_{12}\beta_{23}b_1+4\alpha^2\beta_{13}b_2+2\alpha^2\beta_{12}\beta_{23}]\\ &+N_3'[4\beta_{23}b_1\bar{b}_1+2\beta_{12}\beta_{13}b_1+2\alpha^2\beta_{12}\beta_{13}\bar{b}_1+4\alpha^2\beta_{12}\beta_{13}-4\alpha^2\beta_{23}]\\ &+N_4'[8b_1\bar{b}_1b_2-2\beta_{12}^2b_1-2\alpha^2\beta_{12}^2\bar{b}_1-8\alpha^2b_2-4\alpha^2\beta_{12}^2]\} \end{aligned} \tag{32}$$

其中$\mathrm{N}'=\begin{bmatrix}\mathrm{N}_1'\\ \mathrm{N}_2'\\ \mathrm{N}_3'\\ \mathrm{N}_4'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}(1-\lambda_1-\mu_1-\kappa_1)v_1+a_1+(b_1-\alpha)c_1\\ \lambda_1v_1+\lambda_2v_2+\bar{a}_1+(\bar{b}_1-\alpha)c_1\\ \frac{1}{2}\mu_1v_1+\frac{1}{2}(1-\lambda_2-\kappa_2-b_2\rho)v_2+\frac{1}{2}a_2+b_2c_2\\ \kappa_1v_1+\kappa_2v_2+\bar{a}_3+\bar{b}_3c_3\end{bmatrix}$ （33）

$|A'|$为矩阵A'之行列式值，$\mathrm{A}'=\begin{bmatrix}2b_1 & -2\alpha & -\alpha\beta_{12} & -\alpha\beta_{13}\\ -2\alpha & 2\bar{b}_1 & -\beta_{12} & -\beta_{13}\\ -\alpha\beta_{12} & -\beta_{12} & 2b_2 & -\beta_{23}\\ -\alpha\beta_{13} & -\beta_{13} & -\beta_{23} & 2\bar{b}_3\end{bmatrix}$ （34）

证明：对供应链SC1的整体利润函数求p_1、$\bar{p}_1$的二阶导数，可得

$$\frac{\partial^2 \pi_{SC1}}{\partial p_1^2} = -2b_1 < 0, \qquad \frac{\partial^2 \pi_{SC1}}{\partial \bar{p}_1^2} = -2\bar{b}_1 < 0,$$

说明SC1的整体利润 π_{SC1} 是关于 p_1、$\bar{p}_1$ 的凹函数，且Hessian矩阵

$$H = \begin{bmatrix} -2b_1 & 2\alpha \\ 2\alpha & -2\bar{b}_1 \end{bmatrix},$$

因为$H_{11} = -2b_1 < 0$，且$|H| = 4b_1\bar{b}_1 - 4\alpha^2 > 0$，所以$H$为负定矩阵，因此 π_{SC1} 在p_1 和 $\bar{p}_1$ 有最大值。又因为$\frac{\partial^2 \pi_{SC2}}{\partial p_2^2} = -2b_2 < 0$、$\frac{\partial^2 \pi_{SC3}}{\partial \bar{p}_3^2} = -2\bar{b}_3 < 0$，所以存在Nash均衡。分别求利润函数（11）～（13）对各自决策变数 p_1、$\bar{p}_1$、p_2、$\bar{p}_3$ 的一阶导数可得最优化条件：

$$2b_1p_1^{c*} - 2\alpha\,\bar{p}_1^{c*} - \alpha\,\beta_{12}p_2^{c*} - \alpha\,\beta_{13}\bar{p}_3^{c*} = (1-\lambda_1-\mu_1-\kappa_1)v_1 + a_1 + (b_1-\alpha)c_1 \tag{35}$$

$$-2\alpha\,p_1^{c*} + 2\bar{b}_1\bar{p}_1^{c*} - \beta_{12}p_2^{c*} - \beta_{13}\bar{p}_3^{c*} = \lambda_1v_1 + \lambda_2v_2 + \bar{a}_1 + (\bar{b}_1-\alpha)c_1 \tag{36}$$

$$-\alpha\,\beta_{12}p_1^{c*} - \beta_{12}\bar{p}_1^{c*} + 2b_2p_2^{c*} - \beta_{23}\bar{p}_3^{c*} = \frac{1}{2}\mu_1v_1 + \frac{1}{2}(1-\lambda_2-\kappa_2-b_2\rho)v_2 + \frac{1}{2}a_2 + b_2c_2 \tag{37}$$

$$-\alpha\,\beta_{13}p_1^{c*} - \beta_{13}\bar{p}_1^{c*} - \beta_{23}p_2^{c*} + 2\bar{b}_3\bar{p}_3^{c*} = \kappa_1v_1 + \kappa_2v_2 + \bar{a}_3 + \bar{b}_3c_3 \tag{38}$$

最优化条件可以矩阵表示为$A'X^c = N'$，其中

$$A' = \begin{bmatrix} 2b_1 & -2\alpha & -\alpha\,\beta_{12} & -\alpha\,\beta_{13} \\ -2\alpha & 2\bar{b}_1 & -\beta_{12} & -\beta_{13} \\ -\alpha\beta_{12} & -\beta_{12} & 2b_2 & -\beta_{23} \\ -\alpha\,\beta_{13} & -\beta_{13} & -\beta_{23} & 2\bar{b}_3 \end{bmatrix},\ X^c = \begin{bmatrix} p_1^{c*} \\ \bar{p}_1^{c*} \\ p_2^{c*} \\ \bar{p}_3^{c*} \end{bmatrix},$$

$$N' = \begin{bmatrix} N_1' \\ N_2' \\ N_3' \\ N_4' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1-\lambda_1-\mu_1-\kappa_1)v_1 + a_1 + (b_1-\alpha)c_1 \\ \lambda_1v_1 + \lambda_2v_2 + \bar{a}_1 + (\bar{b}_1-\alpha)c_1 \\ \frac{1}{2}\mu_1v_1 + \frac{1}{2}(1-\lambda_2-\kappa_2-b_2\rho)v_2 + \frac{1}{2}a_2 + b_2c_2 \\ \kappa_1v_1 + \kappa_2v_2 + \bar{a}_3 + \bar{b}_3c_3 \end{bmatrix},$$

因为 $b_1 > \frac{\alpha}{2}(2+\beta_{12}+\beta_{13})$, $\bar{b}_1 > \frac{1}{2}(2\alpha+\beta_{12}+\beta_{13})_j$,

$b_2 > \frac{1}{2}[(1+\alpha)\beta_{12}+\beta_{23}]$, $\bar{b}_3 > \frac{1}{2}[(1+\alpha)\beta_{13}+\beta_{23}]$,

因此矩阵 A 为严格对角优势矩阵。因为$N_1^{'} \geq 0$、$N_2^{'} \geq 0$、$N_4^{'} \geq 0$，且由假设

$$\mu_1 v_1 + (1-\lambda_2-\kappa_2)v_2 + a_2 + 2b_2c_2 \geq b_2\rho v_2$$

可知 $N_3^{'} \geq 0$，矩阵 $N^{'}$ 元素非负。由辅理1、辅理2可知方程组 $A^{'}X^c = N^{'}$有非负解。应用克莱姆法则（Cramer's Rule），可得最优化条件之解 p_1^{c*}、$\bar{p}_1^{c*}$、p_2^{c*}、$\bar{p}_3^{c*}$ 如定理2所示。

注：定理 2 表明在集中式决策下，各品牌消费者对价格敏感度高，或者消费者对渠道产品价格变动及品牌价格变动的反应灵敏程度低时，若品牌2供应链SC2从对SC1的搭便车行为获得足够高的收益，或SC2愿意提供较高的服务水平v_2，吸引消费者提高需求量，则各品牌存在最优定价。

【命题4】定理 2 条件成立下，集中式决策各博弈方的最优定价 p_1^{c*}、$\bar{p}_1^{c*}$、p_2^{c*}、$\bar{p}_3^{c*}$是关于渠道交叉弹性 α、品牌交叉弹性 β_{12}、β_{13} 及 β_{23} 的增函数；意即，若 f 是集中式决策各博弈方的最优定价 p_1^{c*}、$\bar{p}_1^{c*}$、p_2^{c*}、$\bar{p}_3^{c*}$，则：

$$\frac{\partial f}{\partial \alpha} \geq 0、\frac{\partial f}{\partial \beta_{12}} \geq 0、\frac{\partial f}{\partial \beta_{13}} \geq 0、\frac{\partial f}{\partial \beta_{23}} \geq 0$$

证明：方法与【命题1】相同，此处不再赘述。

【命题5】集中式决策下，各品供应链的利润 π_{sc1}^{c*}、π_{sc2}^{c*}、π_{sc3}^{c*} 是关于 α、β_{12}、β_{13}及 β_{23} 的增函数；意即，若f是集中式决策各博弈方的最优利润 π_{sc1}^{c*}、π_{sc2}^{c*}、π_{sc3}^{c*}，则：

$$\frac{\partial f}{\partial \alpha} \geq 0; \qquad \frac{\partial f}{\partial \beta_{ij}} \geq 0 \ (i,j=1,2,3,\ i<j)$$

证明：方法与【命题2】相同，此处不再赘述。

【命题6】品牌1供应链SC1的期望利润 π_{sc1}^{c*} 是搭便车行为系数 μ_1、κ_1 的减函数，是搭便车行为系数 λ_2 的增函数，与搭便车行为系数 λ_1 的增减关系则与渠道差价 $\bar{p}_1^{c*} - p_1^{c*}$有关；品牌2供应链SC2的期望利润 π_{sc2}^{c*} 是搭便车行为系数是 λ_2、κ_2 的减函数，是搭便车行为系数 μ_1、μ_2 的增函数；品牌3供应链SC3的期望利润 π_{sc3}^{c*} 是搭便车行为系数 κ_1、κ_2的增函数。即：

（**P-6**）$\frac{\partial\pi_{SC1}^{C*}}{\partial\mu_1}<0$、$\frac{\partial\pi_{SC1}^{C*}}{\partial\kappa_1}<0$、$\frac{\partial\pi_{SC1}^{C*}}{\partial\lambda_2}>0$；若$\bar{p}_1^{C*}-p_1^{C*}>0$，则$\frac{\partial\pi_{SC1}^{C*}}{\partial\lambda_1}>0$；

反之，则$\frac{\partial\pi_{SC1}^{C*}}{\partial\lambda_1}<0$；

（**P-7**）$\frac{\partial\pi_{SC2}^{C*}}{\partial\mu_1}>0$、$\frac{\partial\pi_{SC2}^{C*}}{\partial\mu_2}>0$、$\frac{\partial\pi_{SC2}^{C*}}{\partial\lambda_2}<0$、$\frac{\partial\pi_{SC2}^{C*}}{\partial\kappa_2}<0$；

（**P-8**）$\frac{\partial\pi_{SC3}^{C*}}{\partial\kappa_1}>0$、$\frac{\partial\pi_{SC3}^{C*}}{\partial\kappa_2}>0$。

证明：方法与【命题3】相同，此处不再赘述。

4. 数值分析

为了解模型参数对各博弈方最优利润的影响，以数值分析方法进行模拟。模型参数取值如表 1、2；计算后可得各博弈方最优定价及最优利润，如表 3 及表 4 所示。

表1. 本研究模型关于搭便车行为的参数取值

符号	取值	符号	取值
品牌1网络渠道对品牌1零售渠道的搭便车系数λ_1	0.3	品牌1网络渠道对品牌2零售渠道的搭便车系数λ_2	0.2
品牌2网络渠道对品牌1零售渠道的搭便车系数μ_1	0.2	品牌2网络渠道对品牌2零售渠道的搭便车系数μ_2	0.25
品牌3对品牌1零售渠道的搭便车系数κ_1	0.2	品牌3对品牌2零售渠道的搭便车系数κ_2	0.2

资料来源：本文自行整理

表2. 本研究模型数值分析各参数取值

符号	取值	符号	取值
品牌1零售渠道的潜在市场规模a_1	100	品牌1网络渠道的潜在市场规模$\bar{a}_1$	60
品牌2的潜在市场规模a_2	150	品牌3的潜在市场规模$\bar{a}_3$	60
品牌2零售渠道的比例θ	0.5	品牌1产品成本c_1	7
品牌2产品成本c_2	7	品牌3产品成本c_3	7
品牌1批发价ω_1	10	品牌2批发价ω_2	10
品牌1零售商的单位服务成本η_1	1.5	品牌2零售商的单位服务成本η_2	2

表2. 本研究模型数值分析各参数取值（续）

符号	取值	符号	取值
品牌1零售商的服务水平v_1	2	品牌2零售商的服务水平v_2	2
品牌1渠道交叉弹性系数α	0.6	品牌1零售渠道的自价格敏感度b_1	3.12
品牌1网络渠道的自价格敏感度$\bar{b}_1$	2.59	品牌2自价格敏感度b_2	2.78
品牌3自价格敏感度$\bar{b}_3$	2.00	因品牌2零售商服务产生的平均额外消费ρ	2
品牌1、2网络渠道的品牌交叉弹性系数β_{12}	0.7	品牌1、3网络渠道的品牌交叉弹性系数β_{13}	0.75
品牌2、3网络渠道的品牌交叉弹性系数β_{23}	0.7		

资料来源：本文自行整理

比较分散式决策与集中式决策各博弈方的最优定价，可以发现分散式决策下各博弈方的最优定价均低于集中式决策下的最优定价，并且零售商的最优定价高于制造商的最优定价；分散决策下供应链SC1双渠道的总利润明显低于集中决策下的总利润，因此分散式决策的效率低于集中式决策。

表3. 两种决策模式下最优定价的比较

分散式决策		集中式决策	
项目与符号	计算结果	项目与符号	计算结果
零售商T_1最优定价p_1^*	26.6032	零售商T_1最优定价p_1^{c*}	27.3616
制造商M_1最优定价$\bar{p}_1^*$	25.0687	制造商M_1最优定价$\bar{p}_1^{c*}$	27.3166
M_2、T_2最优定价p_2^*	24.0448	M_2、T_2最优定价p_2^{c*}	24.4754
制造商M_3最优定价$\bar{p}_3^*$	21.5921	制造商M_3最优定价$\bar{p}_3^{c*}$	22.0106
SC2采BOPS的服务补偿Γ^*	0.9640		

资料来源：本文自行整理

表4. 两种决策模式下最优利润的比较

分散式决策		集中式决策	
项目与符号	计算结果	项目与符号	计算结果
零售商T_1最优利润$\pi_{T_1}^*$	860.29		-
制造商M_1最优利润π_1^*	968.977		-
SC1双渠道总利润	1,829.267	SC1供应链最优利润π_{sc1}^{c*}	1,859.72
零售商T_2最优利润$\pi_{T_2}^*$	999.607		-
制造商M_2最优利润π_2^*	1,009.63		-
SC 2总利润	2,009.237	SC2供应链最优利润π_{sc2}^{c*}	2,093.27
制造商M_3最优利润π_3^*	636.624	SC3供应链最优利润π_{sc3}^{c*}	670.991

资料来源：本文自行整理

4.1 分散式决策的参数敏感性分析

探究分散式决策各参数变化对最优利润的影响，有利拟定改善策略并形成决策，分散式决策各参数敏感度如图 2~图 7。由图 2~图 7 可知，渠道交叉价格弹性系数 α 及品牌交叉价格弹性系数 β_{12}、β_{13}、β_{23} 对各博弈方的最优利润影响为正，且渠道交叉系数的影响又大于品牌交叉系数。

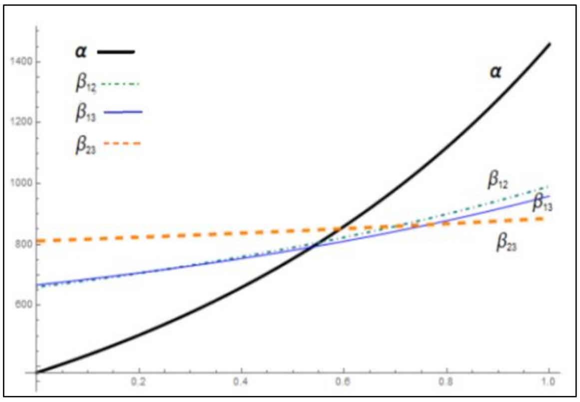


图 2. 渠道及品牌交叉对品牌 1 零售商的影响

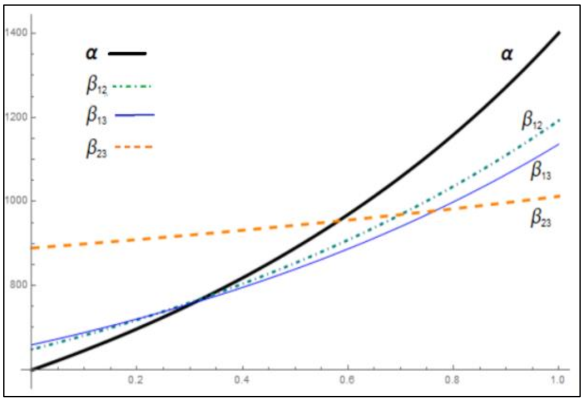


图 3. 渠道及品牌交叉对品牌 1 制造商的影响

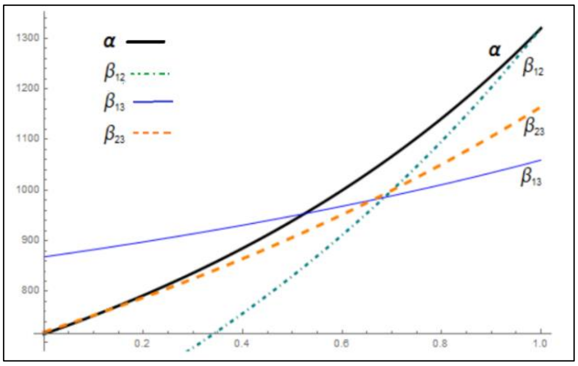


图 4. 渠道及品牌交叉对品牌 2 零售商的影响

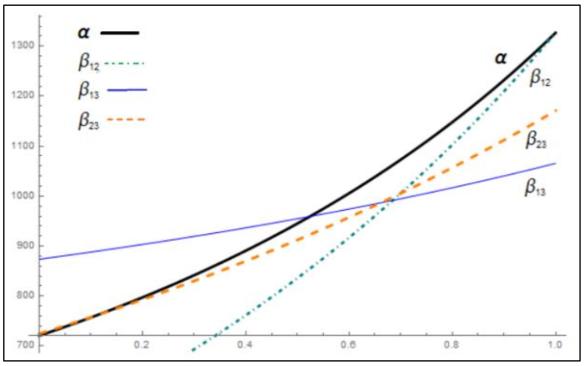
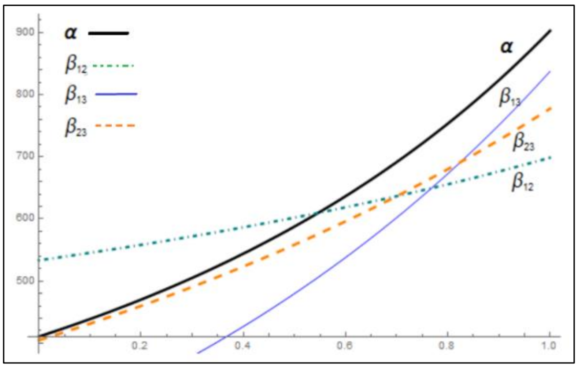


图 5. 渠道及品牌交叉对品牌 2 制造商的影响



资料来源：本文自行整理

图 6. 渠道及品牌交叉对品牌 3 制造商的影响

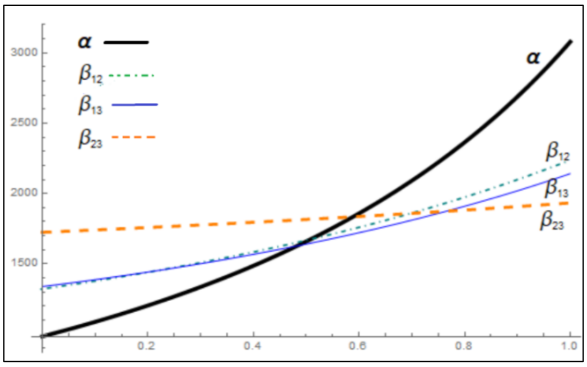


图 7. 渠道及品牌交叉对供应链 SC1 的影响

4.2 集中式决策的参数敏感性分析

集中式决策各参数变化对最优利润的影响如图 8~图 9。由图 8~图 9 可知，渠道交叉价格弹性系数 α 及品牌交叉价格弹性系数 β_{12}、β_{13}、β_{23} 对各供应链的最优利润影响为正，且渠道交叉系数的影响又大于品牌交叉系数。

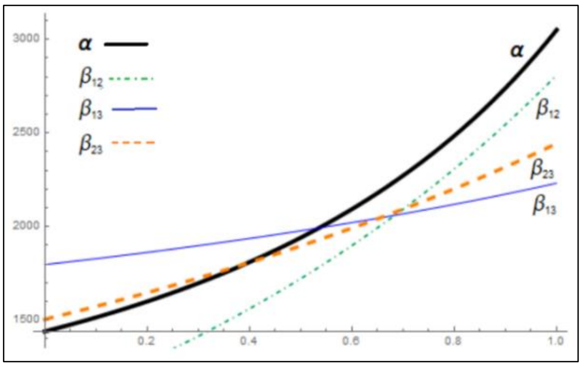


图 8. 渠道及品牌交叉对供应链 SC2 的影响

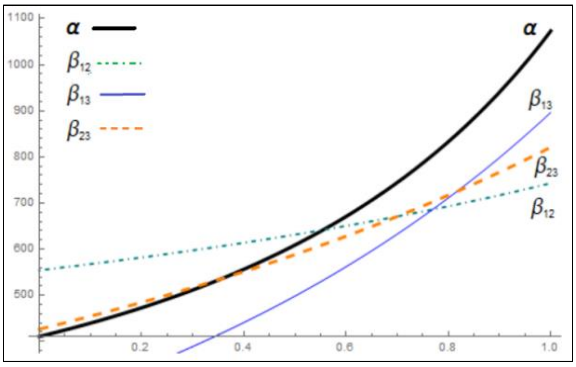


图 9. 渠道及品牌交叉对供应链 SC3 的影响

4.3 分散式与集中式决策的比较与管理上的启示

分散决策下，供应链 SC1、SC2、SC3 的总利润明显低于集中决策下的总利润，这证明了分散式决策的效率低于集中式决策。分散式决策下三个品牌竞争时，各博弈方均以自身利益最大化为目标进行定价，导致了利益的“多重边际化”，降低了整个供应链系统的效率；而当 SC1 的制造商与其零售商、SC2 的制造商与其零售商，各自进行集中决策时，一定程度上改善了“多重边际化”问题，使 SC1 双渠道供应链的整体利润及 SC2 供应链的利润都得到了提高。

分散式决策下，各博弈方各自以自身利润最大化为目标，制造商 M_1 对零售商 T_1的搭便车行为，造成 M_1 的利润增加、T_1 的利润损失。集中式决策下，当制造商 M_1 和零售商 T_1 共同决策时，制造商 M_1 的搭便车行为，使得一部分需求从 SC1 零售渠道转移到 SC1 网络渠道，属于 SC1 系统内部的需求转移，因此不影响 SC1 双渠道供应链整体的最优利润。

不论分散或集中式决策，渠道交叉系数 α 的影响大于品牌交叉系数 β_{12}、β_{13}、β_{23} 的影响。分散式和集中式决策下，各参数对最优利润的敏感度分析，各制造商的收益与其自身的搭便车行为正相关，而零售商的收益与各制造商的搭便车行为负相关，因此搭便车行为对于供应链各成员可能造成利润增加，也可能造成利润损失。

在管理上，对于 SC1 供应链网络渠道，应该采取的策略为：加强渠道建设、扩大广告投入、增加销售优惠、完善售后服务等措施来吸引更多的消费者；对于 SC1 供应链零售渠道，应该采取的策略为：加强服务以提升零售渠道的忠诚度，并吸引更多的消费者。当 SC2 供应链透过 BOPS 将在线上消费者分流至线下时，因为线下消费者增加，产生的额外消费将会增多，此时应该采取的策略为：提高务水平以增加因为提供服务产生的额外消费，简化网络渠道操作流程以吸引更多的线上消费者分流至线下消费。SC3 供应链属于网货品牌直销渠道，应该采取的策略为：加大品牌宣传力度以建立品牌知名度、增加折扣活动吸引消费者注意及购买、加强售后服务增加消费者的忠诚度。

5. 结束语

在多品牌竞争下，市场中不同渠道供应链：双渠道供应链、BOPS 模式供应链、网络直销供应链，不论采分散式或集中式决策，品牌忠诚度对各品牌供应链利润的影响为正，渠道交叉价及品牌交叉系数对各供应链利润的影响为正，且品牌忠诚度的影响大于渠道交叉系数，渠道交叉的影响又大于品牌交叉系数；搭便车行为会影响各博弈方的最优利润。分散式决策下各博弈方均以自身利益最大化为目标，导致了利益的“多重边际化”，降低了整个供应链系统的效率，因此分散式决策的效率低于集中式决策。

参考文献

1. 易观国际（2020）。电商行业数字化进程分析–易观：2020 年第 1 季度中国网络零售 B2C 市场交易规模达 12522.6 亿元疫情引起增速下滑，各平台纷纷推行抗疫举措。https://www.analysys.cn/article/detail/20019768
2. 孔庆山、邢伟、石晓梅（2012）。具有服务策略的双渠道供应链定价问题研究。商业研究，2，114-118。
3. 李景峰、张文静、毋江波（2017）。传统品牌与网货品牌竞争下的多渠道供应链定价研究。工业技术经济，36(3)，107-115。
4. 马鹏，王海燕（2015）。促销努力竞争情形下双渠道供应链协调策略。工业工程，18(4)，85-91。
5. Banker, R. D., Khosla, I., & Sinha, K. K. (1998). Quality and competition. Management Science, 44(9), 1179-1192.
6. Brynjolfsson, E., Hu, Y. J., & Rahman, M. S. (2013). Competing in the age of omnichannel retailing. MIT Sloan Management Review, 54(4), 23-29.
7. Cai, G. (2010). Channel selection and coordination in dual-channel supply chains. Journal of Retailing, 86(1), 22-36.
8. Carlton, D. W., & Chevalier, J. A. (2001). Free riding and sales strategies for the Internet. The Journal of Industrial Economics, 49(4), 441-461.
9. Chiang, W. K., Chhajed, D., & Hess, J. D. (2003). Direct marketing, indirect profits: A strategic analysis of dual-channel supply chain design. Management Science, 49(1), 1-20.
10. Chiu, H. C., Hsieh, Y. C., Roan, J., Tseng, K., & Hsieh, J. K. (2011). The challenge for multichannel services: Cross-channel free-riding behavior. Electronic Commerce Research and Applications, 10(2), 268-277.
11. Gallino, S., & Moreno, A. (2014). Integration of online and offline channels in retail: The impact of sharing reliable inventory availability information. Management Science, 60(6), 1434-1451.
12. Horn, R. A., & Johnson, C. R. (2012). Matrix Analysis. Cambridge: Cambridge University Press.
13. Huang, W., & Swaminathan, J. M. (2007). Introduction of a second channel: Implications for pricing and profits. European Journal of Operational Research, 194(1), 258-279.
14. Shin, J. (2007). How does free riding on customer service affect competition? Marketing Science, 26(4), 488-503.
15. Wu, D., Ray, G., Geng, X., & Whinston, A. (2004). Implications of reduced search cost and free riding in E-commerce. Marketing Science, 23(2), 255-262.

附录一：命题 1 的证明

证明：对最优化条件$AX=N$，分别求α、β_{12}、β_{13}及β_{23}的偏导数可以得到：$A\,X_\alpha=N_\alpha$、$A\,X_\beta^{12}=N_\beta^{12}$、$A\,X_\beta^{13}=N_\beta^{13}$、$A\,X_\beta^{23}=N_\beta^{23}$，其中矩阵

$$X_\alpha=\begin{bmatrix}\frac{\partial p_1^*}{\partial\alpha}\\ \frac{\partial \bar{p}_1^*}{\partial\alpha}\\ \frac{\partial p_2^*}{\partial\alpha}\\ \frac{\partial \bar{p}_3^*}{\partial\alpha}\end{bmatrix},\quad X_\beta^{12}=\begin{bmatrix}\frac{\partial p_1^*}{\partial\beta_{12}}\\ \frac{\partial \bar{p}_1^*}{\partial\beta_{12}}\\ \frac{\partial p_2^*}{\partial\beta_{12}}\\ \frac{\partial \bar{p}_3^*}{\partial\beta_{12}}\end{bmatrix},\quad X_\beta^{13}=\begin{bmatrix}\frac{\partial p_1^*}{\partial\beta_{13}}\\ \frac{\partial \bar{p}_1^*}{\partial\beta_{13}}\\ \frac{\partial p_2^*}{\partial\beta_{13}}\\ \frac{\partial \bar{p}_3^*}{\partial\beta_{13}}\end{bmatrix},\quad X_\beta^{23}=\begin{bmatrix}\frac{\partial p_1^*}{\partial\beta_{23}}\\ \frac{\partial \bar{p}_1^*}{\partial\beta_{23}}\\ \frac{\partial p_2^*}{\partial\beta_{23}}\\ \frac{\partial \bar{p}_3^*}{\partial\beta_{23}}\end{bmatrix},$$

$$N_\alpha=\begin{bmatrix}\bar{p}_1^*+\beta_{12}p_2^*+\beta_{13}\bar{p}_3^*\\ p_1^*\\ \beta_{12}p_1^*\\ \beta_{13}p_1^*\end{bmatrix},\ N_\beta^{12}=\begin{bmatrix}\alpha\,p_2^*\\ p_2^*\\ \alpha\,p_1^*+\bar{p}_1^*\\ 0\end{bmatrix},\ N_\beta^{13}=\begin{bmatrix}\alpha\,\bar{p}_3^*\\ \bar{p}_3^*\\ 0\\ \alpha\,p_1^*+\bar{p}_1^*\end{bmatrix},\ N_\beta^{23}=\begin{bmatrix}0\\ 0\\ \bar{p}_3^*\\ p_2^*\end{bmatrix},$$

在定理1成立下，因为矩阵A为严格对角优势矩阵，N_α、N_β^{12}、N_β^{13}、N_β^{23}的元素非负，由辅理2可得$A\,X_\alpha=N_\alpha$、$A\,X_\beta^{12}=N_\beta^{12}$、$A\,X_\beta^{13}=N_\beta^{13}$、$A\,X_\beta^{23}=N_\beta^{23}$有非负解。因此$\frac{\partial f}{\partial\alpha}\geq 0$、$\frac{\partial f}{\partial\beta_{12}}\geq 0$、$\frac{\partial f}{\partial\beta_{13}}\geq 0$、$\frac{\partial f}{\partial\beta_{23}}\geq 0$，其中 f 为最优定价p_1^*、$\bar{p}_1^*$、p_2^*、$\bar{p}_3^*$。

附录二：命题2的证明

证明：以 π_2 为例。因为 π_2 是 p_2 的函数，p_1、$\bar{p}_1$、$\bar{p}_3$ 间接受 α、β_{12}、β_{13} 及 β_{23} 影响。根据包络定理及命题1，因为$p_2^*+\omega_2-2c_2-\Gamma^*\geq 0$，可以得到：

$$\frac{\partial\pi_2^*}{\partial\alpha}=(p_2^*+\omega_2-2c_2-\Gamma^*)\left[\beta_{12}p_1^*+\alpha\beta_{12}\frac{\partial p_1^*}{\partial\alpha}+\beta_{12}\frac{\partial\bar{p}_1^*}{\partial\alpha}+\beta_{23}\frac{\partial\bar{p}_3^*}{\partial\alpha}\right]\geq 0,$$

$$\frac{\partial\pi_2^*}{\partial\beta_{12}}=(p_2^*+\omega_2-2c_2-\Gamma^*)\left[\alpha\,p_1^*+\alpha\beta_{12}\frac{\partial p_1^*}{\partial\beta_{12}}+\bar{p}_1^*+\beta_{12}\frac{\partial\bar{p}_1^*}{\partial\beta_{12}}+\beta_{23}\frac{\partial\bar{p}_3^*}{\partial\beta_{12}}\right]\geq 0,$$

$$\frac{\partial\pi_2^*}{\partial\beta_{13}}=(p_2^*+\omega_2-2c_2-\Gamma^*)\left[\alpha\beta_{12}\frac{\partial p_1^*}{\partial\beta_{13}}+\beta_{12}\frac{\partial\bar{p}_1^*}{\partial\beta_{13}}+\beta_{23}\frac{\partial\bar{p}_3^*}{\partial\beta_{13}}\right]\geq 0,$$

$$\frac{\partial\pi_2^*}{\partial\beta_{23}}=(p_2^*+\omega_2-2c_2-\Gamma^*)\left[\alpha\beta_{12}\frac{\partial p_1^*}{\partial\beta_{23}}+\beta_{12}\frac{\partial\bar{p}_1^*}{\partial\beta_{23}}+\bar{p}_3^*+\beta_{23}\frac{\partial\bar{p}_3^*}{\partial\beta_{23}}\right]\geq 0.$$

其他证明方法类似，不再赘述。

附录三：命题 3 的证明

证明： 对 $\pi_{T_1}^*$、π_1^*、$\pi_{T_2}^*$、π_2^*、π_3^* 式分别求 λ_1、λ_2、μ_1、μ_2、κ_1、κ_2 的导数，因为$\Gamma^*=\omega_2-c_2+\frac{-\mu_1v_1+(1-\lambda_2-2\mu_2-\kappa_2-b_2\rho)v_2-(1-2\theta)\,a_2}{2b_2}$，由包络定理可以得到：

$\frac{\partial \pi_{T_1}^*}{\partial \lambda_1}=\frac{\partial \pi_{T_1}^*}{\partial \mu_1}=\frac{\partial \pi_{T_1}^*}{\partial \kappa_1}=-v_1(p_1^*-\omega_1)<0,$ $\frac{\partial \pi_1^*}{\partial \lambda_1}=(\bar{p}_1^*-\omega_1)v_1>0,$

$\frac{\partial \pi_1^*}{\partial \mu_1}=\frac{\partial \pi_1^*}{\partial \kappa_1}=-v_1(\omega_1-c_1)<0,$ $\frac{\partial \pi_1^*}{\partial \lambda_2}=(\bar{p}_1^*-c_1)v_2>0,$

$$\frac{\partial \pi_{T_2}^*}{\partial \lambda_2}=\frac{\partial \pi_{T_2}^*}{\partial \kappa_2}=-v_2(p_2^*-\omega_2+\frac{\bar{Q}_2^*}{2b_2})<0,$$

$\frac{\partial \pi_{T_2}^*}{\partial \mu_1}=v_1(\Gamma^*+\rho v_2-\frac{\bar{Q}_2^*}{2b_2})>0$，若$\Gamma^*+\rho v_2-\frac{\bar{Q}_2^*}{2b_2}>0$；

反之，则$\frac{\partial \pi_{T_2}^*}{\partial \mu_1}<0$。

$\frac{\partial \pi_{T_2}^*}{\partial \mu_2}=-v_2(p_2^*-\omega_2-\Gamma^*-\rho v_2+\frac{\bar{Q}_2^*}{b_2})<0$，若$p_2^*-\omega_2-\Gamma^*-\rho v_2+\frac{\bar{Q}_2^*}{b_2}>0$；

反之，则$\frac{\partial \pi_{T_2}^*}{\partial \mu_2}>0$。

$\frac{\partial \pi_2^*}{\partial \lambda_2}=\frac{\partial \pi_2^*}{\partial \kappa_2}=-v_2(\omega_2-c_2-\frac{\bar{Q}_2^*}{2b_2})<0$，若$\omega_2-c_2-\frac{\bar{Q}_2^*}{2b_2}>0$；

反之，则$\frac{\partial \pi_2^*}{\partial \lambda_2}=\frac{\partial \pi_2^*}{\partial \kappa_2}>0$。

$\frac{\partial \pi_2^*}{\partial \mu_1}=v_1(p_2^*-c_2-\Gamma^*+\frac{\bar{Q}_2^*}{2b_2})>0$，若$p_2^*-c_2-\Gamma^*+\frac{\bar{Q}_2^*}{2b_2}>0$；

反之，则$\frac{\partial \pi_2^*}{\partial \mu_1}<0$。$\frac{\partial \pi_2^*}{\partial \mu_2}=v_2(p_2^*-\omega_2-\Gamma^*+\frac{\bar{Q}_2^*}{b_2})>0$，若$p_2^*-\omega_2-\Gamma^*+\frac{\bar{Q}_2^*}{b_2}>0$；

反之，则$\frac{\partial \pi_2^*}{\partial \mu_2}<0$。

$\frac{\partial \pi_3^*}{\partial \kappa_1}=(\bar{p}_3^*-c_3)v_1>0,$ $\frac{\partial \pi_3^*}{\partial \kappa_2}=(\bar{p}_3^*-c_3)v_2>0$

收稿日期：2021-05-06
责任编辑、校对：江雅轩、刘舒霖